



راهنمای کاربری

برآیند نیرو

فیزیک دانشگاهی

صنایع آموزشی

ناشر:

مؤلف:

طراح جلد، صفحه آرا:

رسام:

نوبت چاپ و انتشار:

آماده‌سازی و نظارت بر چاپ:

نشانی:

صندوق پستی:

تلفن واحد فروش:

دورنگار:

صدای مشتری:

روابط عمومی:

سایت اینترنتی:

پست الکترونیکی:

شرکت صنایع آموزشی (متعلق به صندوق ذخیره فرهنگیان)

امیرھوشنگ رضانی - بنت الھدی صادقی

سھا همایی

سھا همایی

دوم ۱۳۸۹

سھا همایی

تهران، جاده مخصوص کرج، بعدازکیلومتر ۷، بزرگراه آزادگان (به طرف جنوب)، خیابان

دھم (قبل از پمپ بنزین) شهرک استقلال، بلوار دکترعبیدی، خیابان شهید جلال

۱۳۴۴۵-۳۷۹

۷- ۴۴۵۴۵۲۹۵ (۰۲۱)

۴۴۵۴۵۲۹۴ (۰۲۱)

۴۴۵۴۵۴۳۹ (۰۲۱)

۴۴۵۴۵۴۸۵ (۰۲۱)

www@eei-co.com

info@eei-co.com

«کلیه حقوق تألیف و انتشار برای شرکت صنایع آموزشی محفوظ است»

فهرست مطالب

۵	مقدمه
۶	۱- برآیند نیرو
۶	۲- جمع نیروها
۹	۳- تفریق دو کمیت برداری
۹	۴- مولفه یک بردار
۱۱	۵- وسایل آزمایش
۱۴	۶- آزمایش (۱) - تعیین برآیند دو نیروی عمود بر هم
۱۶	۷- آزمایش (۲) - تعیین برآیند دو نیروی متقاطع

صنایع آموزشی

مقدمه

انجام کار عملی و آزمایشگاهی و نقش آن در تفهیم مفاهیم آموزشی بر کسی پوشیده نیست. تجربه نشان داده است که چه بسا دانشجویان بسیاری هستند که آزمون‌های مختلفی را در دوران تحصیل خویش پشت سر می‌گذارند ولی در هنگام مواجهه با موضوعات روزمره در محیط کار و زندگی از مطالب فرا گرفته شده نمی‌توانند استفاده کنند. به عبارت دیگر مفهوم‌های علمی در ذهن آنها به خوبی شکل نگرفته است.

یکی از علت‌های مهم پیشرفت کشورهای توسعه یافته نوع نگرش این کشورها به نقش آزمایشگاه و کار تجربی می‌باشد و این موضوع در استفاده گسترده وسایل آموزشی در مقاطع مختلف تحصیلی این کشورها کاملاً مشهود است.

گروه فیزیک شرکت صنایع آموزشی با توجه به اهمیت نقش و جایگاه آموزش علمی (مفاهیم علمی) در توسعه کشور و در راستای اهداف آموزش عمیق مفاهیم فیزیک، بر انگیزتن حس جستجوگری در دانشجویان و ترویج فرهنگ کار گروهی در بین آنها، اقدام به طراحی و تولید تجهیزات آزمایشگاهی در سطح دانشگاه نموده است.

در راستای نیل به این هدف و نیاز مراکز آموزش عالی این شرکت توانسته است با استفاده از تیم‌های تخصصی و کارشناسی و تجربه اساتید دانشگاه و مؤلفین کتب دانشگاهی مجموعه کاملی را در ساخت و تجهیز آزمایشگاه‌های فیزیک پایه (مکانیک، حرارت، الکتریسیته و مغناطیس) ارایه نموده است. این مجموعه‌ها بر اساس مطالب درسی کتاب‌های جامع آموزش فیزیک دانشگاهی طراحی و تولید شده است، که منطبق با سرفصل‌های آموزشی وزارت علوم، تحقیقات و فن آوری می‌باشد.

از اساتید و کاربران گرامی خواهشمندیم تجارب خود را در رابطه با بهینه‌سازی تجهیزات و دستورکار مجموعه با شرکت صنایع آموزشی - دپارتمان فیزیک مکاتبه و یا به سایت شرکت مراجعه نمایند.

در پایان از همکاری که ما را در این امر یاری کردند، کمال تشکر را داریم.

برآیند نیرو

در فیزیک کمیت‌ها به دو دسته کلی کمیت‌های نرده‌ای و کمیت‌های برداری تقسیم می‌شوند. کمیت‌های نرده‌ای یا کمیت‌های عددی، کمیت‌هایی هستند که تنها با ذکر بزرگی معرفی می‌شود مانند طول، حجم، جرم و... با گفتن اینکه طول این کتاب ۲۵cm است و عرض آن ۱۸cm است طول و عرض کتاب معرفی شده است.

کمیت‌های نرده‌ای یا کمیت‌های عددی مانند اعداد ریاضی بایکدیگر جمع می‌شوند.

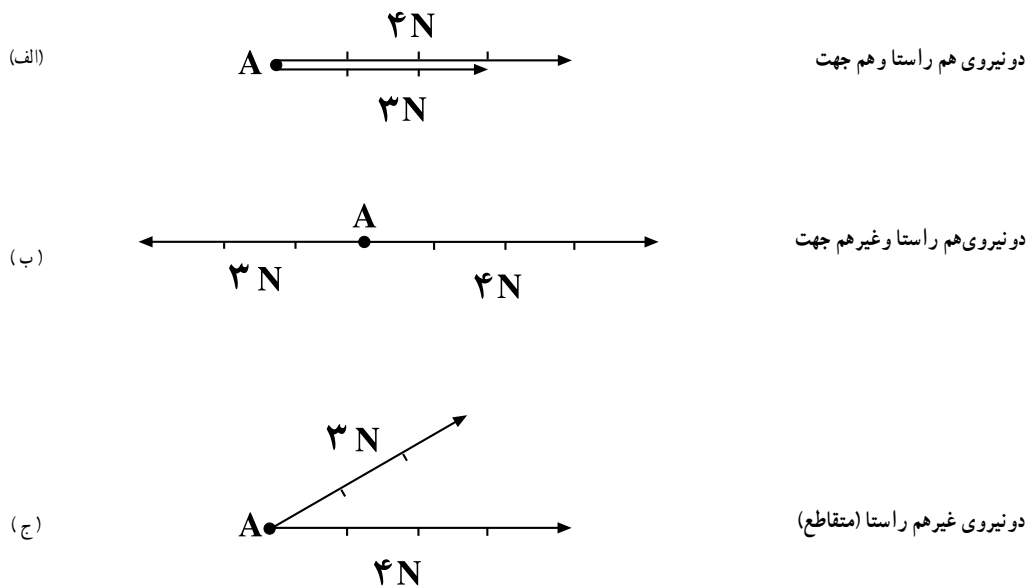
کمیت‌های دیگری مثل نیرو، جابجایی و... وجود دارند که برای معرفی آن‌ها، تنها بیان بزرگی آن‌ها کافی نیست. فرض کنید به جسم A نیروهای F_1, F_2, F_3, F_4 وارد می‌شوند برای معرفی این نیروها فقط بیان بزرگی آن‌ها کافی نیست. بنابراین برای معرفی کمیت‌هایی مثل نیرو، علاوه بر بزرگی نیرو بایستی راستا و سوی نیرو نیز معرفی شود. راستا و سوی نیرو را با هم، جهت نیرو می‌گویند. وقتی گفته می‌شود که نیروی F با بزرگی ۲N در جهت نشان‌داده شده بر A وارد می‌شود، این نیرو به طور کامل معرفی شده است.

جمع نیروها

وقتی درباره جمع کمیت‌هایی مثل نیرو صحبت می‌کنیم ابتدا باید به مفهوم جمع توجه کنیم. وقتی می‌گوییم جمع ۳ کیلو شکر با ۴ کیلو شکر چقدر می‌شود، جواب این است که جمع ۳ کیلو شکر با ۴ کیلو شکر، ۷ کیلو شکر است، کاری را انجام می‌دهد که ۳ کیلو و ۴ کیلو با هم انجام می‌دهند.

وقتی می‌گوییم جمع ۳ نیوتن نیرو با ۴ نیوتن نیرو چقدر است، نمی‌توانیم جواب بدهیم که جمع این دو نیرو ۷ نیوتن است یا یک نیوتن و یا چقدر است؟ زیرا که نیروهای ۳ نیوتن و ۴ نیوتن کامل معرفی نشده است.

اولاً باید بدانیم که این نیروها در چه جهت بر جسم A اثر می‌کند تا بتوانیم نیرویی را که به تنهایی کار این دو نیرو را انجام می‌دهد به دست آوریم. در نتیجه جمع نیروها از روش خاصی پیروی می‌کند. این روش خاص را جمع برداری می‌گویند. کمیت‌هایی مثل نیرو را، کمیت‌های برداری می‌گویند. بنابراین کمیت‌های برداری، کمیت‌هایی هستند که برای معرفی آن‌ها بایستی هم بزرگی آن‌ها و هم جهت آن‌ها معرفی شود و جمع آن‌ها از قانون ویژه‌ای که، جمع برداری نام دارد بدست می‌آید.



شکل - ۱

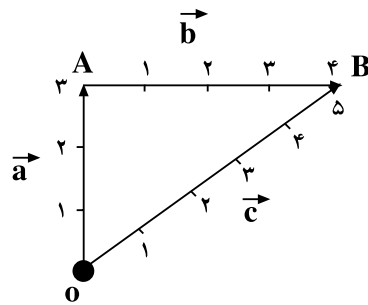
اگر دو بردار هم راستا و هم جهت باشند برآیند آن دو بردار جمع آنها است و اگر دو بردار هم راستا و غیر هم جهت باشند برآیند آن دو بردار تفاضل آنها است و برای دو بردار متقاطع می توان برآیند را به صورت زیر محاسبه کنید.

$$C = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$$

فرض کنید شخصی در نقطه O قرار دارد (شکل ۲-). این شخص می خواهد از نقطه O به نقطه B برود. شخص برای این کار ابتدا از O به A می رود، این جابجایی ۳ متر در راستای قائم و به سوی شمال است. شخص پس از رسیدن به A در راستای افق به اندازه ۴ متر به سوی مشرق می رود تا به نقطه B برسد. در نتیجه شخص برای رفتن به B دو جابجایی \vec{OA} و \vec{AB} را انجام داده است. شخص به جای انتخاب مسیر فوق می تواند مستقیماً از O به B برود و \vec{OB} جابجایی را طی کند به عبارت دیگر جابجایی \vec{OB} با جمع دو جابجایی \vec{OA} و \vec{AB} برابر است.

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$$

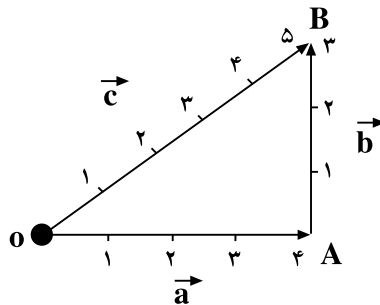
$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$



شکل ۲-

در اینجا مشخص می‌شود که جمع جابجایی‌ها نیز از جمع عددی بزرگی آن‌ها پیروی نمی‌کند. به این ترتیب جابجایی نیز از جمع ویژه‌ای پیروی می‌کند. این نوع جمع، از همان نوع جمع نیروهاست، که جمع برداری نام دارد. در جمع فوق اگر ترتیب جمع تغییر کنید، یعنی اگر شخص ابتدا در راستای افق چهار متر به سوی شرق برود و سپس در راستای قائم، به سوی بالا جابجا شود باز هم به نقطه B می‌رسد. در نتیجه می‌توان ادعا کرد که در جمع برداری، ترتیب جمع کردن تاثیری بر حاصل جمع ندارد. در نتیجه رابطه زیر را می‌توان نوشت:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} = \vec{c}$$



شکل ۳-

به شکل ۳- توجه کنید بزرگی حاصل جمع دو بردار جابجایی a و b را می‌توان از قانون فیثاغورس به دست آورد:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow c = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow c = 5$$

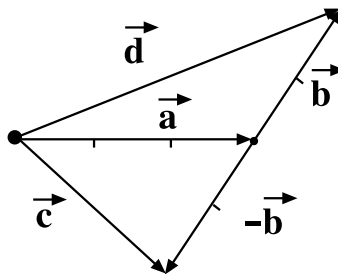
بردار حاصل جمع، یعنی بردار \vec{c} را برآیند دو بردار جابجایی \vec{a} و \vec{b} می‌گویند. برای تعیین برآیند چند کمیت برداری، ابتدا برداری موازی، هم سو و هم اندازه بردار اول رسم می‌کنیم، از انتهای بردار اول، برداری موازی هم سو و هم اندازه بردار دوم را می‌کشیم این عمل را برای سایر بردارها ادامه می‌دهیم. برآیند همه بردارها برداری است که از ابتدای بردار اول به انتهای بردار آخر وصل می‌شود.

تفریق دو کمیت برداری

تفریق دو کمیت برداری نیز با تفریق اندازه بزرگی آن دو متفاوت است. تفریق دو کمیت برداری با روش زیر به دست می‌آید. فرض کنید می‌خواهیم، دو کمیت برداری \vec{a} و \vec{b} را از یکدیگر کم کنیم و حاصل تفریق آنها \vec{c} را بدست آوریم.

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

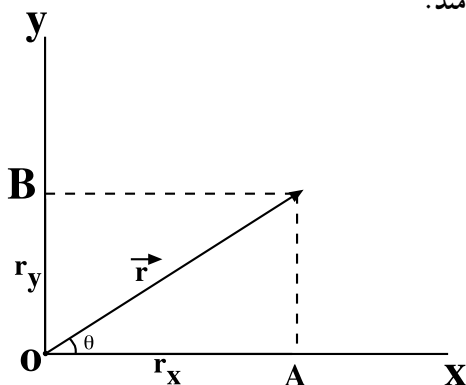
عمل تفریق دو کمیت برداری \vec{a} و \vec{b} ، مانند عمل جمع دو کمیت \vec{a} و \vec{b} است. بردار $-\vec{b}$ برداری هم اندازه \vec{b} و در سوی مخالف با آن است. اگر دو کمیت برداری \vec{a} و \vec{b} داده شده باشند، حاصل جمع و تفریق دو کمیت \vec{a} و \vec{b} به صورتی خواهد بود که در شکل ۴- نشان داده شده است. \vec{c} حاصل تفریق و \vec{d} حاصل جمع دو کمیت \vec{a} و \vec{b} است.



شکل ۴-

مؤلفه یک بردار

برای جمع کردن چند کمیت برداری روش دیگری هم وجود دارد. این روش، روش جمع با استفاده از مؤلفه‌های هریک از بردارها است. برای تعیین مؤلفه‌های هر بردار، از ابتدای بردار دو خط افقی و قائم را به عنوان دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. فرض کنید می‌خواهیم مؤلفه‌های بردار \vec{r} را بدست آوریم (شکل ۵-). از نقطه O محور Xها و Yها را رسم می‌کنیم. تصویر بردار \vec{r} را بر روی این دو محور بدست می‌آوریم. $OA = r_x$ و $OB = r_y$ را مؤلفه‌های بردار \vec{r} می‌نامند.



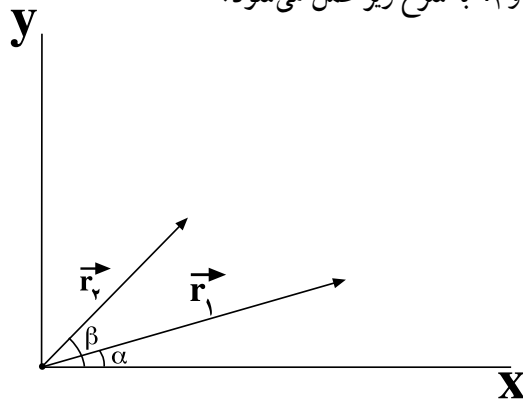
شکل ۵-

بزرگی بردار OA با r_x و بزرگی بردار OB با r_y برابر است که از رابطه های زیر بدست می آید.

$$r_x = r \cos\theta$$

$$r_y = r \sin\theta$$

برای تعیین حاصل جمع دو بردار \vec{r}_1 و \vec{r}_2 به شرح زیر عمل می شود.



شکل ۶-

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$$

$$\vec{r}_1 = r_{1x}\hat{i} + r_{1y}\hat{j}$$

$$\vec{r}_2 = r_{2x}\hat{i} + r_{2y}\hat{j}$$

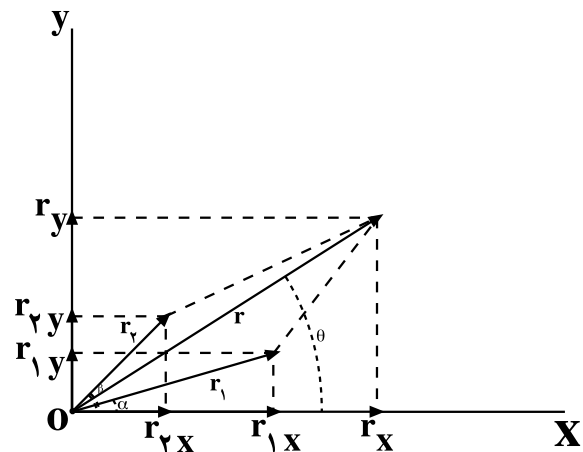
$$\vec{r} = (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) = (r_{1x} + r_{2x})\hat{i} + (r_{1y} + r_{2y})\hat{j}$$

$$r_x = r_{1x} + r_{2x} = r_1 \cos\alpha + r_2 \cos\beta$$

$$r_y = r_{1y} + r_{2y} = r_1 \sin\alpha + r_2 \sin\beta$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{r_{1x} + r_{2x}} = \sqrt{(r_1 \cos\alpha + r_2 \cos\beta)^2 + (r_1 \sin\alpha + r_2 \sin\beta)^2}$$

$$\theta = \text{Arc tan } \frac{r_1 \sin\alpha + r_2 \sin\beta}{r_1 \cos\alpha + r_2 \cos\beta}$$



شکل ۷-

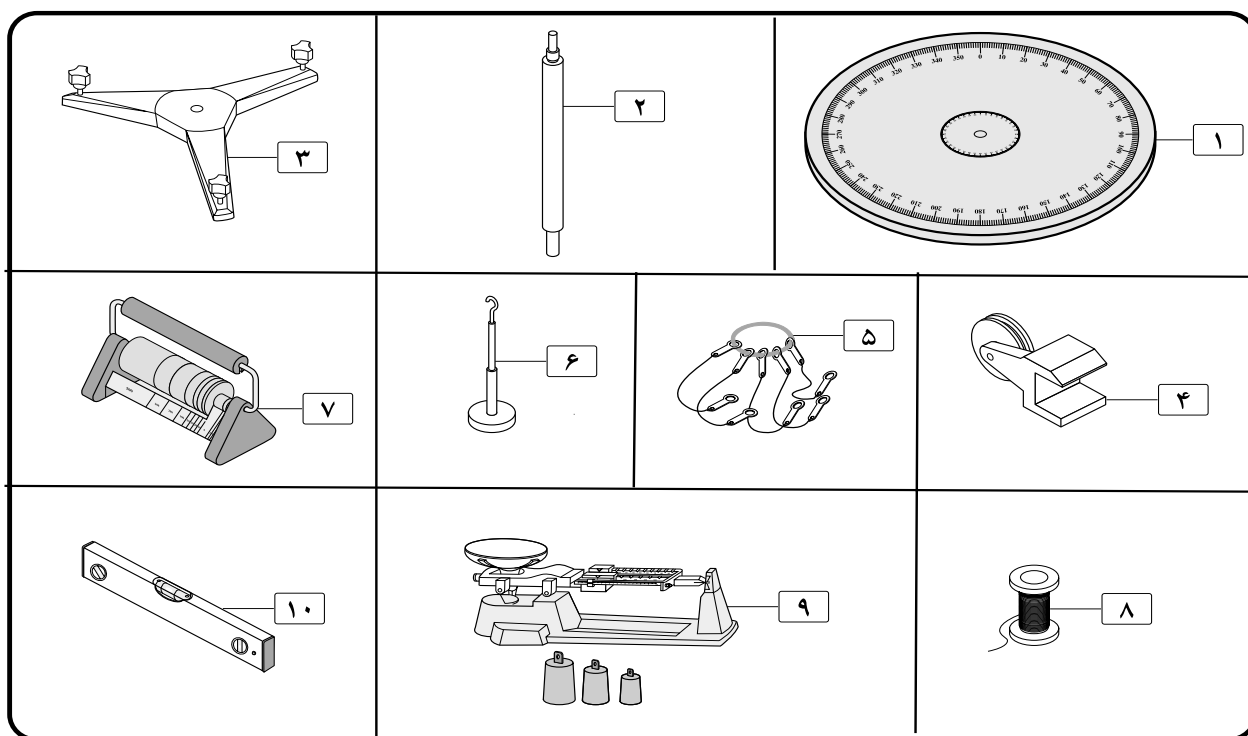
برای بررسی برآیند نیروها از وسیله ای بنام میز نیرو استفاده می شود. میز نیرو این امکان را فراهم می کند که در آن واحد دو یا چند

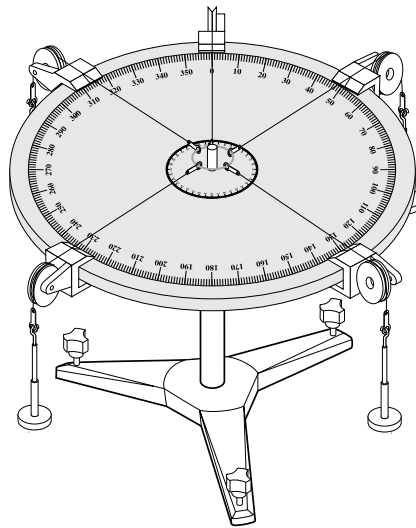
نیرو را که زاویه های متفاوت می سازند بر جسمی وارد کنیم و بزرگی برآیند آنها و زاویه را به دست آوریم.

وسایل آزمایش:

- ۱- میز نیرو (قرص مدرج)
 ۲- ستون میز نیرو
 ۳- پایه ستاره‌ای (با سه پیچ تنظیم)
 ۴- قرقره بلبرینگ دار با نگه‌دارنده، (۵ عدد)
 ۵- حلقه
 ۶- نگه‌دارنده وزنه
 ۷- سه جعبه وزنه با وزنه‌های شیاردار ۵۰۰، ۲۰۰، ۲۰۰، ۱۰۰، ۵۰، ۲۰، ۱۰، ۵ گرمی
 ۸- نخ
 ۹- ترازو
 ۱۰- تراز

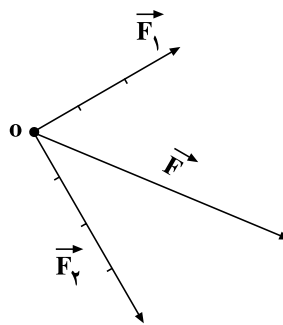
توجه: اقلام ستاره‌دار جزء مجموعه وسایل این آزمایش در هنگام خرید نمی‌باشند.





با توجه به مطالب نظری، در آزمایش بررسی برآیند نیروها، آن چه اهمیت دارد این است که، اولاً باید بدانیم که جمع نیروها با جمع عددی آنها برابر نیست و ثانیاً مشخص کنیم که بزرگی برآیند نیروها به زاویه بین نیروها وابسته است. میز نیرو از یک صفحه دایره‌ای تخت درست شده که محیط آن بر حسب درجه مدرج گردیده است، با استفاده از این درجه بندی زاویه بین نیروها مشخص می‌شود. صفحه بر پایه قائمی سوار می‌شود، با استفاده از پیچ‌های موجود بر روی پایه، صفحه مدرج را می‌توان تراز کرد تا کاملاً در سطح افق قرار گیرد.

نیروهای مورد بحث را وزن وزنه‌ها و وزن نگه‌دارنده‌ی وزنه‌ها تشکیل می‌دهند. وزنه‌ها بر نخ‌های آویزان می‌شوند و راستای نخ‌ها، راستای نیروها را مشخص می‌کنند. به این ترتیب در یک صفحه تخت نیروهایی به نخ‌هایی وارد می‌شوند که جهت و بزرگی آنها مشخص است.



شکل- ۸

فرض کنید (شکل ۸-) دو نیرو \vec{F}_1 و \vec{F}_2 بر جسمی وارد می‌شوند و آن را می‌کشند و برآیند آن‌ها نیرویی مانند \vec{F} است که از طریق ترسیم بدست می‌آید، در حقیقت می‌توان تصور کرد که نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 وجود ندارد و تنها نیروی \vec{F} بر جسم (نقطه O) اثر می‌کند.

حال اگر بتوانیم نیرویی را بر جسم وارد کنیم که این نیرو، اثر نیروی \vec{F} را خنثی کند، بزرگی نیروی مورد نظر با بزرگی نیروی \vec{F} مساوی و جهت آن در خلاف جهت نیروی \vec{F} می‌باشد (برآیند آنها صفر است). به عبارت دیگر می‌توان گفت نیرویی که می‌تواند نقطه O را در حال تعادل نگه دارد نیرویی است که با برآیند \vec{F}_1 و \vec{F}_2 مساوی است و در سوی مخالف با آن باشد.

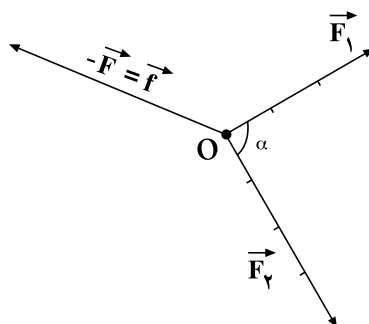
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$$

$$\vec{f} = -\vec{F}$$

$$f = F$$

جهت دو نیروی \vec{F} و \vec{f} مخالف یکدیگر است.

بزرگی دو نیروی \vec{F} و \vec{f} باهم برابر است.

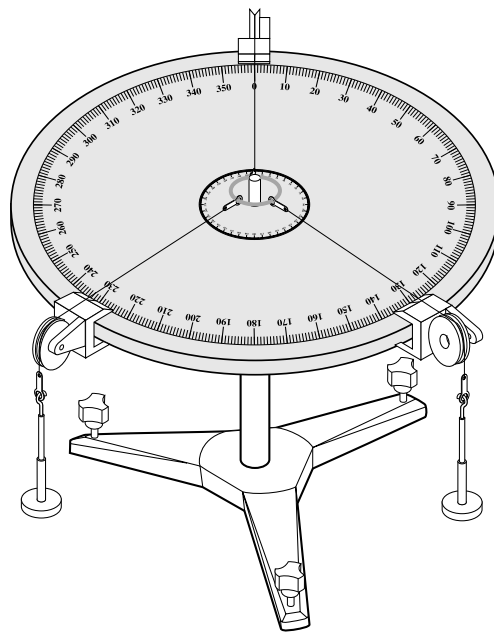


شکل ۹-

آزمایش - (۱) تعیین برآیند دو نیروی عمود بر هم

شرح آزمایش:

- دستگاه را مطابق شکل آماده کنید.
- با استفاده از تراز، پیچ های پایه ستاره ای را آنقدر جابجا کنید تا سطح قرص کاملاً افقی شود.
- جرم نگه دارنده وزنه ها را تعیین کنید.

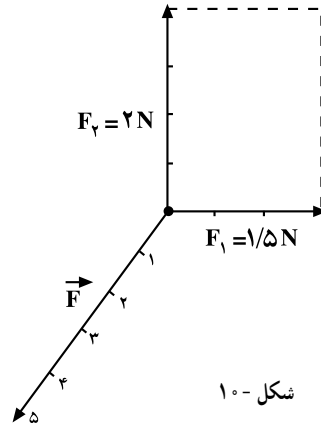


- نگه دارنده وزنه ها را به حلقه های متصل به نخها آویزان کنید.

- دو قرقه را در کنار میز آنقدر جابجا کنید تا راستای نخ دو قرقه، در راستای دو قطر عمود بر هم قرار گیرد. بر روی یکی از نگه دارنده ها آن قدر وزنه بگذارید تا وزن وزنه ها و نگه دارنده هایی که در بر روی یکی از قرقه ها قرار دارد $1/5N$ و دیگری $2N$ شود.

درحالتی که دو نیروی $۱/۵N$ و $۲N$ در دو راستای عمود برهم بر حلقه (جسم) وارد می‌شود، بر روی نگه‌دارنده سوم آن قدر وزنه

قرار دهید تا بزرگی نیروی وزن $۲/۵N$ شود.



-قرقره سوم را آن قدر جابجا کنید تا مرکز حلقه (جسم) در امتداد محور قرص مدرج قرار گیرد. در این حالت دستگاه (یعنی حلقه میانی) در حال تعادل است به عبارت دیگر در این حالت برآیند نیروهای وارد بر حلقه صفر است، با بیانی دیگر نیروی وزن در امتداد قرقره سوم در راستای برآیند دو نیروی $F_1 = ۱/۵N$ و $F_2 = ۲N$ قرار دارد و در سوی مخالف با آن است.

- در حالت تعادل، می‌توان گفت $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}$ و $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |-\vec{F}|$

- در همین حالت F_1 و F_2 را نصف کنید تا نیروی وزن آن $۱/۷۵$ و ۱ نیوتن شود.

از روی نگه‌دارنده سوم آن قدر وزنه بردارید تا بار دیگر تعادل برقرار شود. توجه کنید، وقتی تعادل برقرار می‌شود که $F = ۱/۲۵N$ باشد. در حالت بعدی F_1 و F_2 را دو برابر کنید $F_1 = ۳N$ و $F_2 = ۴N$ در این حالت آن قدر بر روی نگه‌دارنده سوم وزنه بگذارید تا بار دیگر تعادل برقرار شود. توجه کنید در این حالت $F = ۵N$ است.

ضمن انجام آزمایش جدول زیر را برای دو نیروی عمود برهم کامل کنید.

جدول - ۱

$F_1 (N)$						
$F_2 (N)$						
$F (N)$ نیروی برآیند به روش تجربی						
$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ نیروی برآیند به روش تئوری						

- در حالی که راستای دو نخ بر هم عمود است، به جای F_1 و F_2 نیروهای دلخواه قرار دهید.
- بر روی نگه‌دارنده سوم آن قدر وزنه بگذارید تا تعادل برقرار شود. بزرگی این نیرو را در جدول یادداشت کنید.
- با استفاده از جدول بزرگی F حاصل از آزمایش را با بزرگی $\sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ مقایسه کنید.

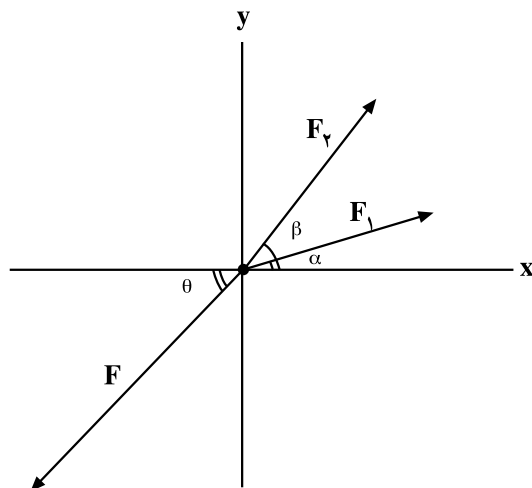
آزمایش - (۲) تعیین برآیند دو نیروی متقاطع

دو قطر عمود بر هم قرص مدرج را به عنوان محور X و Y ها در نظر بگیرید. به دو عدد از نگه‌دارنده‌های وزنه، وزنه‌هایی آویزان کنید. نیروی وزن وزنه‌ها و نگه‌دارنده‌ها را F_1 و F_2 بنامید و آنها را یادداشت کنید. بر روی نگه‌دارنده سوم آن قدر وزنه بگذارید تا تعادل برقرار شود (مرکز حلقه در امتداد محور قرص قرار گیرد).

بزرگی‌های نیروهای F_1 و F_2 و F و هم چنین زاویه بین این نیروها با محور X را در جدول - ۲ یادداشت کنید.

جدول - ۲

F_1					
α					
$F_1 \cos \alpha$					
F_2					
β					
$F_2 \cos \beta$					
F					
θ					
$F \cos \theta$					
$F_1 \cos \alpha + F_2 \cos \beta$					
$\sqrt{(F_1 \cos \alpha)^2 + (F_2 \cos \beta)^2}$					



شکل- ۱۱

$F \cos \theta$ ، یعنی بزرگی مولفه F را با مجموع بزرگی مولفه‌های F_1 و F_2 یعنی $F_1 \cos \alpha + F_2 \cos \beta$ مقایسه کنید.

- بزرگی F را با $\sqrt{(F_1 \cos \alpha)^2 + (F_2 \cos \beta)^2}$ مقایسه کنید.

- در این مرحله بزرگی نیروهای F_1 و F_2 و زاویه آن با محور X ها را مطابق جدول ۳ انتخاب کنید و بزرگی F را از طریق آزمایش

و با استفاده از رابطه نظری به دست آورید و آنها را با هم مقایسه کنید، حاصل آزمایش‌ها را در جدول ثبت کنید.

جدول- ۳

شماره آزمایش	F_1 (g)	درجه α	F_2 (g)	درجه β	عملی F	عملی θ	نظری F	نظری θ
۱	۱۲۰	۰	۷۰	۴۵				
۲	۱۵۰	۸۰	۵۰	۲۰۰				
۳	۵۰	۵۰	۷۵	۲۲۰				
۴	۱۵۰	۱۲۰	۱۲۵	۳۵۰				
۵	۱۷۰	۳۰	۱۰۰	۳۰۰				

تعیین برآیند دو نیرو با زاویه‌های مشخص

آزمایش برای تعیین برآیند سه نیرو تکرار کنید و حاصل را در جدول - (۴) ثبت کنید.

جدول - ۴

شماره آزمایش	F_1 (g)	α	F_2 (g)	β	F_3 (g)	γ	عملی F	عملی θ	نظری F	نظری θ
۱	۱۵۰	۰	۷۵	۸۰	۱۰۰	۲۰۰				
۲	۱۲۰	۲۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۷۰	۲۵۰				
۳	۱۸۰	۵۰	۱۰۰	۱۷۰	۲۵۰	۲۹۰				
۴	۱۰۰	۷۰	۷۵	۱۷۰	۸۰	۳۰۰				
۵	۵۰	۰	۷۰	۷۰	۱۰۰	۳۰۰				
۶	۱۰۰	۳۰	۵۰	۱۲۰	۱۵۰	۲۷۰				
۷	۱۲۵	۴۵	۸۰	۱۸۰	۱۵۰	۳۳۰				

تعیین برآیند سه نیرو با زاویه‌های مشخص

آزمایش برای تعیین برآیند چهار نیرو، بانبروهاو زاویه‌های دلخواه تکرار کنید و حاصل را در جدول - (۵) ثبت کنید.

جدول - ۵

شماره آزمایش	F_1 (g)	α	F_2 (g)	β	F_3 (g)	γ	F_4	ϕ	عملی F	عملی θ	نظری F	نظری θ
۱												
۲												
۳												
۴												

تعیین برآیند چهار نیرو با زاویه‌های دلخواه